

Technické prostriedky automatizácie

RC obvody a filtre šumu

Martin Kalúz

Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky

October 9, 2017

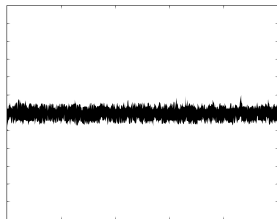
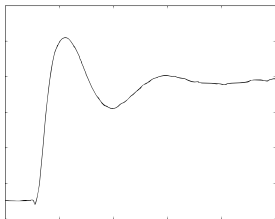
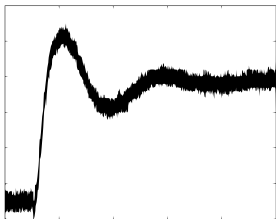
meraný signál

=

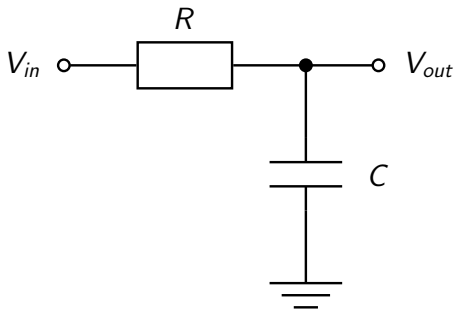
užitoč. signál

+

šum

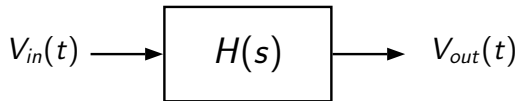


Dolnopriepustný RC filter



$$V_{in} = f(t), \quad V_{out} = f(t)$$

Prenosová funkcia RC obvodu



$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$$

Elektrická impedancia

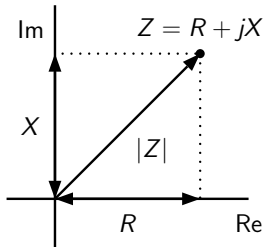
Impedancia (Z v Ω) je celkové vyjadrenie akejkoľvek a súčasne všetkých foriem **odporu voči toku elektrónov**, zahŕňajúce **rezistanciu** aj **reaktanciu**.

Je to **komplexná** veličina.

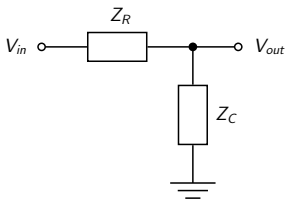
$$Z = R + jX$$

R - **rezistancia** - odpor voči jednosmernému prúdu

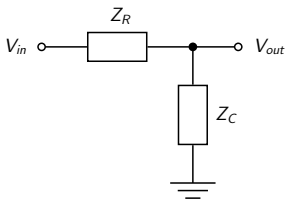
X - **reaktancia** - odpor voči striedavému prúdu



Impedancia elektrického obvodu



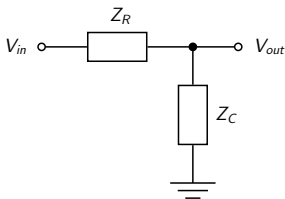
Impedancia elektrického obvodu



Prenosová rovnica obvodu (rovnaká ako pre delič napätia).

$$V_{out} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_{in}$$

Impedancia elektrického obvodu



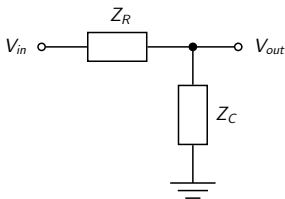
Prenosová rovnica obvodu (rovnaká ako pre delič napätia).

$$V_{out} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_{in}$$

Impedancia rezistora je tvorená iba rezistanciou (reaktancia nieje prítomná).

$$Z_R = R + jX_R = R, \quad X_R = 0$$

Impedancia elektrického obvodu



Prenosová rovnica obvodu (rovnaká ako pre delič napätia).

$$V_{\text{out}} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_{\text{in}}$$

Impedancia rezistora je tvorená iba rezistenciou (reaktancia nieje prítomná).

$$Z_R = R + jX_R = R, \quad X_R = 0$$

Impedancia kondenzátora je tvorená iba reaktenciou (rezistencia nieje prítomná).

$$Z_C = R_C + jX_C = jX_C, \quad R_C = 0$$

Impedancia kondenzátora

Ohmov zákon pre AC obvody (veličiny sa menia v čase).

$$Z_C(t) = \frac{V_C(t)}{I_C(t)}$$

Impedancia kondenzátora

Ohmov zákon pre AC obvody (veľičiny sa menia v čase).

$$Z_C(t) = \frac{V_C(t)}{I_C(t)}$$

Napätie cez kondenzátor má tvar harmonického vlnenia v AC obvodoch.

$$V_C(t) = A \sin(\omega t)$$

Impedancia kondenzátora

Ohmov zákon pre AC obvody (veličiny sa menia v čase).

$$Z_C(t) = \frac{V_C(t)}{I_C(t)}$$

Napätie cez kondenzátor má tvar harmonického vlnenia v AC obvodoch.

$$V_C(t) = A \sin(\omega t)$$

Prúd tečúci cez kondenzátor.

$$I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

Impedancia kondenzátora

Ohmov zákon pre AC obvody (veličiny sa menia v čase).

$$Z_C(t) = \frac{V_C(t)}{I_C(t)}$$

Napätie cez kondenzátor má tvar harmonického vlnenia v AC obvodoch.

$$V_C(t) = A \sin(\omega t)$$

Prúd tečúci cez kondenzátor.

$$I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

$$I_C(t) = C \frac{d(A \sin(\omega t))}{dt} = CA\omega \cos(\omega t)$$

Impedancia kondenzátora

Impedancia kondenzátora z Ohmovho zákona.

$$Z_C(t) = \frac{A \sin(\omega t)}{CA\omega \cos(\omega t)}$$

Impedancia kondenzátora

Impedancia kondenzátora z Ohmovho zákona.

$$Z_C(t) = \frac{A \sin(\omega t)}{CA\omega \cos(\omega t)}$$

$$Z_C(t) = \frac{\sin(\omega t)}{C\omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

Impedancia kondenzátora

Impedancia kondenzátora z Ohmovho zákona.

$$Z_C(t) = \frac{A \sin(\omega t)}{CA\omega \cos(\omega t)}$$

$$Z_C(t) = \frac{\sin(\omega t)}{C\omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$Z_C(s) = \mathcal{L}\{Z_C(t)\} = \frac{\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}}{C\omega \frac{s \sin(\frac{\pi}{2}) + \omega \cos(\frac{\pi}{2})}{s^2 + \omega^2}}$$

Impedancia kondenzátora

Impedancia kondenzátora z Ohmovho zákona.

$$Z_C(t) = \frac{A \sin(\omega t)}{CA\omega \cos(\omega t)}$$

$$Z_C(t) = \frac{\sin(\omega t)}{C\omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$Z_C(s) = \mathcal{L}\{Z_C(t)\} = \frac{\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}}{C\omega \frac{s \sin(\frac{\pi}{2}) + \omega \cos(\frac{\pi}{2})}{s^2 + \omega^2}}$$

$$Z_C(s) = \frac{\omega}{C\omega (s \times 1 + \omega \times 0)}$$

Impedancia kondenzátora

Impedancia kondenzátora z Ohmovho zákona.

$$Z_C(t) = \frac{A \sin(\omega t)}{CA\omega \cos(\omega t)}$$

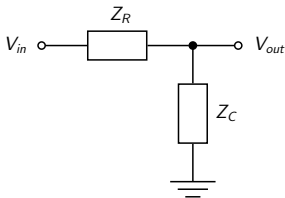
$$Z_C(t) = \frac{\sin(\omega t)}{C\omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$Z_C(s) = \mathcal{L}\{Z_C(t)\} = \frac{\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}}{C\omega \frac{s \sin(\frac{\pi}{2}) + \omega \cos(\frac{\pi}{2})}{s^2 + \omega^2}}$$

$$Z_C(s) = \frac{\omega}{C\omega (s \times 1 + \omega \times 0)}$$

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs}$$

Prenosová funkcia RC obvodu



V časovej oblasti.

$$V_{\text{out}}(t) = \frac{Z_C(t)}{Z_R + Z_C(t)} V_{\text{in}}(t)$$

Laplaceova transformácia \rightarrow Prenosová funkcia

$$H(s) = \frac{V_{\text{out}}(s)}{V_{\text{in}}(s)} = \frac{Z_C(s)}{Z_R + Z_C(s)}$$

Prenosová funkcia RC obvodu

$$H(s) = \frac{V_{\text{out}}(s)}{V_{\text{in}}(s)} = \frac{Z_C(s)}{Z_R + Z_C(s)}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Prenosová funkcia vo frekvenčnej doméne.

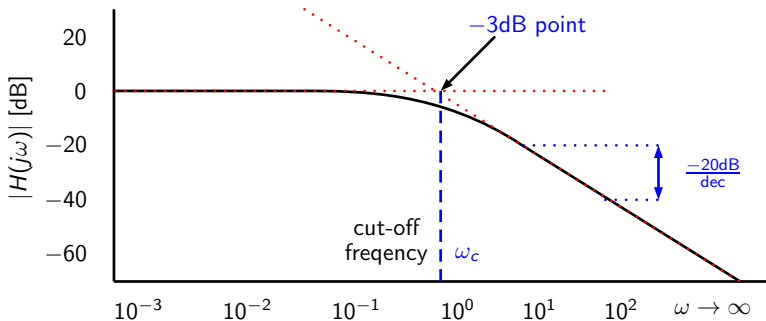
$$s = j\omega$$

$$H(j\omega) = \frac{V_{\text{out}}(j\omega)}{V_{\text{in}}(j\omega)} = \frac{1}{RCj\omega + 1}$$

Amplitúda vs. frekvencia

Amplitúda ako funkcia uhlovej frekvencie:

$$|H(j\omega)| = \frac{|V_{\text{out}}(j\omega)|}{|V_{\text{in}}(j\omega)|} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$$



Amplitúda vs. frekvencia

Medzná frekvencia je bod, kde amplitúda signálu začína výrazne klesať s úbytkom -20dB na dekádu nárastu frekvencie.

ω_c - medzná frekvencia (angl. cut-off frequency).

Tiež známa ako bod polovičnej sily signálu, kde:

$$|H(j\omega_c)|^2 = \frac{1}{2} \quad \text{or} \quad |H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|H(j\omega_c)|^2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + R^2 C^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad \text{or} \quad f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Zosilnenie/zoslabenie signálu

Decibel je pomocná jednotka, ktorá indikuje **pomer** veľkosti dvoch veličín, alebo ich výkonu.

Zosilnenie/strata napätia:

$$G_V = 20 \times \log_{10} \left(\frac{|V_{\text{out}}|}{|V_{\text{in}}|} \right) = 10 \times \log_{10} \left(\frac{|V_{\text{out}}|}{|V_{\text{in}}|} \right)^2 \quad \mathbf{v \text{ dB}}$$

Zosilnenie/strata výkonu:

$$G_p = 10 \times \log_{10} \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) \quad \mathbf{v \text{ dB}}, \quad P \approx V^2$$

Úloha

Uvažujme dolnopriepustný RC filter na obrázku
Vstupné napätie $V_{in}(t)$ obsahuje užitočný signál
(meranie zo snímača) a šum s oveľa väčšou
dominantnou frekvenciou $f_n = 2.5kHz$. RC obvod
obsahuje kondenzátor o hodnote $C = 1\mu F$.

- 1 Vypočítajte hodnotu rezistora R , tak aby RC obvod zoslabil amplitúdu šumu výstupného signálu na 10% jeho pôvodnej amplitúdy.
- 2 Vypočítajte hodnotu medznej frekvencie v Hz.

