Príklad. Riešte diferenciálnu rovnicu:

$$y' = \mathrm{e}^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

Riešenie. Daná rovnica je homogénna diferenciálna rovnica, lebo jej pravá strana je homogénna funkcia nultého rádu.

Použijeme substitúciu $y(x) = x.z(x)$. Po dosadení do rovnice dostaneme:

$$z + xz' = \mathrm{e}^{z} + z$$

Po úprave:

$$xz' = \mathrm{e}^{z}$$

To je separovateľná diferenciálne rovnica, ktorú riešime separáciou premenných.

$$\int \frac{1}{\mathrm{e}^{z}}\,\mathrm{d}z = \int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\int \mathrm{e}^{-z}\,\mathrm{d}z = \int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$-\mathrm{e}^{-z} = \ln x + \ln c; \qquad c \in R^{+}$$

odtiaľ

$$z = -\ln\left(\ln\frac{1}{c|x|}\right); \qquad c \in R^{+}$$

Po návrate k substitúcii dostávame všeobecné riešenie

$$y = -x\ln\left(\ln\frac{1}{c|x|}\right); \qquad c \in R^{+}$$