Príklad. Riešte diferenciálnu rovnicu:

$$xy' + y + 2xy^2 \mathrm{ln} x = 0$$

Riešenie. Daná rovnica je Bernoulliho diferenciálna rovnica s koeficientom $\kappa = 2$. Rovnicu môžeme upraviť do tvaru

$$xy'y^{-2} + y^{-1} = -2x\mathrm{ln}x$$

Urobíme substitúciu $z(x) = y^{-1}$. Po dosadení do upravenej rovnice dostaneme:

$$-xz' + z = -2x\mathrm{ln}x$$

Túto lineárnu diferenciálnu rovnicu prvého rádu vyriešime najprv bez pravej strany:

$$xz' = z$$

$$\int \frac{1}{z}\, \mathrm{d}z = \int \frac{1}{x}\, \mathrm{d}x$$

$$z = cx; \qquad c \in R$$

Metódou variácie konštanty hľadáme riešenie rovnice s pravou stranou v tvare $z = c(x)x$. Po dosadení do rovnice máme

$$-x(c'(x)x + c(x)) + c(x)x = -2x\mathrm{ln}x$$

odtiaľ

$$c'(x) = 2\frac{\mathrm{ln}x}{x}$$

$$c(x) = \int 2\frac{\mathrm{ln}x}{x}\, \mathrm{d}x = \mathrm{ln}^2 x$$

a teda partikulárne riešenie rovnice s pravou stranou

$$z^* = x\mathrm{ln}^2 x$$

a všeobecné riešenie rovnice s pravou stranou je

$$z = cx + x\mathrm{ln}^2 x; \qquad c \in R$$

. Po návrate k substitúcii

$$y = z^{-1} = \frac{1}{cx + x\mathrm{ln}^2 x}; \qquad c \in R$$