Matematické modely chemickotechnologických systémov

Plášťový výmenník tepla

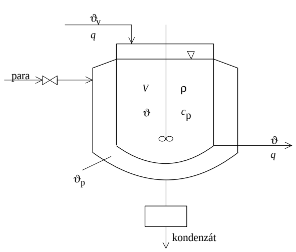
M. Bakošová a M. Fikar

Oddelenie informatizácie a riadenia procesov
Ústav informatizácie, automatizácie a matematiky
FCHPT STU v Bratislave

LS 2006/2007

Obsah

Schéma



ϑ_v, ϑ_p, ϑ [K]
V [m^3]
F [m^2]
ρ [kg m^{-3}]
c_p [J kg^{-1} K^{-1}]
α [W m^{-2} K^{-1}]

Entalpická bilancia dynamického systému

(súčet vstupujúcich tepelných tokov) = (súčet vystupujúcich tepelných tokov) + (rýchlosť akumulácie tepla v systéme)

$$
\begin{aligned}
\dot{Q}_v(t) + \dot{Q}_p(t) &= \dot{Q}(t) + \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} \\
q\rho c_p \vartheta_v(t) + \alpha F\left[\vartheta_p(t) - \vartheta(t)\right] &= q\rho c_p \vartheta(t) + \frac{\mathrm{d}\left[V\rho c_p \vartheta(t)\right]}{\mathrm{d}t} \\
q\rho c_p \vartheta_v(t) + \alpha F \vartheta_p(t) &= \left[\alpha F + q\rho c_p\right]\vartheta(t) + V\rho c_p \frac{\mathrm{d}\vartheta(t)}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}
$$

Lineárny dynamický matematický model

Lineárny dynamický matematický model so vstupnými veličinami na pravej strane

$$V\rho c_p \frac{\mathrm{d}\vartheta(t)}{\mathrm{d}t} + \left(\alpha F + q\rho c_p\right)\vartheta(t) = q\rho c_p \vartheta_v(t) + \alpha F \vartheta_p(t)$$

Začiatočné podmienky

$$\vartheta(0) = \vartheta_0 = \vartheta^s$$

Lineárny dynamický matematický model

Veličiny v modeli výmenníka:
stavová veličina $\vartheta(t)$
vstupné veličiny $\vartheta_p(t)$,$\vartheta_v(t)$
výstupná veličina $\vartheta(t)$

Definovanie Z a T

Definovanie Z a T

$$\begin{aligned}
\frac{V\rho c_p}{\alpha F + q\rho c_p}\frac{\mathrm{d}\vartheta(t)}{\mathrm{d}t} + \vartheta(t) &= \frac{\alpha F}{\alpha F + q\rho c_p}\vartheta_p(t) + \frac{q\rho c_p}{\alpha F + q\rho c_p}\vartheta_v(t) \\
T_1 \frac{\mathrm{d}\vartheta(t)}{\mathrm{d}t} + \vartheta(t) &= Z_1\vartheta_p(t) + Z_2\vartheta_v(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_1 \frac{\mathrm{d}\vartheta^s}{\mathrm{d}t} + \vartheta^s &= Z_1\vartheta_p^s + Z_2\vartheta_v^s \\
\vartheta^s &= Z_1\vartheta_p^s + Z_2\vartheta_v^s
\end{aligned}$$

Výpočet teploty na výstupe z výmenníka v RS

$$\vartheta^s = Z_1\vartheta_p^s + Z_2\vartheta_v^s$$

Lineárny odchýlkový model

Pre odvodenie prenosu potrebujeme model s nulovými začiatočnými podmienkami - odchýlkový model.
DMM $-$ MMRS

$$
\begin{aligned}
T_1\frac{\mathrm{d}\vartheta(t)}{\mathrm{d}t} - T_1\frac{\mathrm{d}\vartheta^s}{\mathrm{d}t} + \vartheta(t) - \vartheta^s &= Z_1\vartheta_p(t) - Z_1\vartheta_p^s + Z_2\vartheta_v(t) - Z_2\vartheta_v^s \\
T_1\frac{\mathrm{d}\left[\vartheta(t) - \vartheta^s\right]}{\mathrm{d}t} + \vartheta(t) - \vartheta^s &= Z_1\left[\vartheta_p(t) - \vartheta_p^s\right] + Z_2\left[\vartheta_v(t) - \vartheta_v^s\right]
\end{aligned}
$$

Lineárny odchýlkový model

Definovanie odchýlkových veličín: stavovej, vstupnej riadiacej, vstupnej poruchovej, výstupnej

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \vartheta(t) - \vartheta^s \\
u(t) &= \vartheta_p(t) - \vartheta_p^s \\
r(t) &= \vartheta_v(t) - \vartheta_v^s \\
y(t) &= x(t)
\end{aligned}
$$

Lineárny odchýlkový model

Linearizácia

Dynamický model je lineárny, netreba ho linearizovať.

Lineárny odchýlkový model

Dosadenie odchýlkových veličín

$$
\begin{aligned}
T_1\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + x(t) = Z_1u(t) + Z_2r(t) \\
y(t) = x(t)
\end{aligned}
$$

Začiatočná podmienka

$$x(0) = \vartheta(0) - \vartheta^s = \vartheta^s - \vartheta^s = 0$$

Prenos G_{yu}

Pre plášťový výmenník tepla možno odvodiť prenosy G_{yu} a G_{yr}.
Prenos G_{yu} opisuje vzťah medzi teplotou ohrevnej pary a teplotou ohrievanej kvapaliny na výstupe z výmenníka.
Lineárny odchýlkový model pre odvodenie G_{yu}

$$\begin{aligned} T_1 \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + x(t) &= Z_1 u(t) \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

Prenos

$$G_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Z_1}{T_1 s + 1}$$

Prenos G_{yr}

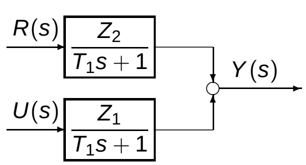
Prenos G_{yr} opisuje vzťah medzi teplotou ohrievanej kvapaliny na vstupe do výmenníka a a teplotou ohrievanej kvapaliny na výstupe z výmenníka.
Lineárny odchýlkový model pre odvodenie G_{yr}

$$\begin{aligned} T_1 \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + x(t) &= Z_2 r(t) \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

Prenos

$$G_{yr}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Z_2}{T_1 s + 1}$$

Bloková schéma



Výpočet odozvy na zmenu ϑ_p

Výmenník pred zmenou teploty pary: ϑ_p^s, ϑ^s
Zmena teploty pary: z hodnoty ϑ_p^s na hodnotu $\vartheta_p^s + \Delta\vartheta_p$

$$\begin{aligned} u(t) &= \vartheta_p(t) - \vartheta_p^s = \vartheta_p^s + \Delta\vartheta_p - \vartheta_p^s = \Delta\vartheta_p \\ U(s) &= \frac{\Delta\vartheta_p}{s} \end{aligned}$$

Výpočet zmeny teploty výstupného prúdu z výmenníka

$$\begin{aligned} Y(s) = G_{yu}(s)U(s) &= \frac{Z_1}{T_1 s + 1} \frac{\Delta\vartheta_p}{s} \\ y(t) &= Z_1 \Delta\vartheta_p \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_1}}\right) \end{aligned}$$

Výpočet teploty výstupného prúdu z výmenníka

Výpočet teploty výstupného prúdu z výmenníka

$$
\begin{aligned}
y(t) &= x(t) = \vartheta(t) - \vartheta^s \\
\vartheta(t) &= y(t) + \vartheta^s = Z_1 \Delta\vartheta_p \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right) + \vartheta^s
\end{aligned}
$$

Výpočet odozvy na ϑ_v

Výmenník pred zmenou teploty pary: ϑ_v^s, ϑ^s
Zmena teploty pary: z hodnoty ϑ_v^s na hodnotu $\vartheta_v^s + \Delta\vartheta_v$

$$
\begin{aligned}
r(t) &= \vartheta_v(t) - \vartheta_v^s = \vartheta_v^s + \Delta\vartheta_v - \vartheta_v^s = \Delta\vartheta_v \\
R(s) &= \frac{\Delta\vartheta_v}{s}
\end{aligned}
$$

Výpočet zmeny teploty výstupného prúdu z výmenníka

$$
Y(s) = G_{yr}(s)R(s) = \frac{Z_2}{T_1 s + 1}\frac{\Delta\vartheta_v}{s}
$$

$$
y(t) = Z_2 \Delta\vartheta_v \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)
$$

Výpočet teploty výstupného prúdu z výmenníka

Výpočet teploty výstupného prúdu z výmenníka

$$
\begin{aligned}
y(t) &= x(t) = \vartheta(t) - \vartheta^s \\
\vartheta(t) &= y(t) + \vartheta^s = Z_2 \Delta\vartheta_v \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right) + \vartheta^s
\end{aligned}
$$