

1. Nájďte riešenie danej homogénnej LPDR metódou charakteristík a urobte skúšku správnosti.

a) $x^2u_x + xy u_y = 0$; $u(1, y) = y^2$

b) $yu_x + 2u_y = 0$; $u(0, y) = 3 + 2y$

c) $u_x + 3x u_y = 0$; $u(0, y) = 1 - y$

d) $(x + y)u_x + (x - y)u_y = 0$; $u(1, y) = 2y$

e) $-y^2u_x + 2xyu_y = 0$; $u(x, 0) = \ln x$

2. Nájďte riešenie danej diferenciálnej rovnice.

a) $x^2u_x + y^2u_y = u^2$

b) $u_t + u u_y = 1$

c) $xu_x + (y + x^2)u_y = u$; $u(2, y) = 3y + 4$

d) $6u u_x + 3y u_y = 1$; $u(3x, 1) = x$

e) $(4x^3 + 5y^2x)u_x + 5y^3 u_y + 5y^2z u_z = 0$; $u(x, 1, z) = 2\frac{z}{x^2} + 3$

Výsledky:

1a. $u(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$,

1b. $u(x, y) = 3 + 2\sqrt{y^2 - 4x}$,

1c. $u(x, y) = 1 + \frac{3}{2}x^2 - y$,

1d. $u(x, y) = -2 + 2\sqrt{2 + 2xy - x^2 - y^2}$

1e. $u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$