1. Nájdite obor konvergencie daného funkcionálneho radu a jeho súčet, ak existuje.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^{n-1}}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^n$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{n}{x}}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+x)^n}$

e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(x+\frac{1}{x}\right)^n$

f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2}\,\sin x\right)^n$

g) $1-2x+4x^2-8x^3+\dots$

h) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x(1-x)^n$

i) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^n x$

j) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos^n x$

k) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (1-x)x^n$

2. Nájdite obor konvergencie daného mocninového radu.

a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$

b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$

c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}x^n$

d) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} 2^n(x-1)^n$

e) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n+1}x^n$

f) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

g) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-8)^n}{5^n n}$

h) $x-\frac{x^2}{\sqrt{2}}+\frac{x^3}{\sqrt{3}}-\frac{x^4}{\sqrt{4}}+\dots$

i) $1+\frac{2x}{1!}+\frac{3x^2}{2!}+\frac{4x^3}{3!}+\dots$

j) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!}x^n$

k) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n x^n$

Výsledky:

1a. $K=R-\{0\}$; $s(x)=1+x^2$, **1b.** $K=(-\frac{1}{2},\infty)$; $s(x)=x$, **1c.** $K=(-\infty,0)$; $s(x)=\frac{2^{\frac{1}{x}}}{1-2^{\frac{1}{x}}}$, **1d.** $K=(-\infty,-2)\cup(0,\infty)$; $s(x)=\frac{1}{x}$, **1e.** $K=\emptyset$; t.j. diverguje, **1f.** $K=\cup\{(-\frac{\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{4}+k\pi);k\in\mathbf{Z}\}$; $s(x)=\frac{\sqrt{2}\sin x}{1-\sqrt{2}\sin x}$, **1g.** $K=(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$; $s(x)=\frac{1}{1+2x}$, **1h.** $K=(0,2)$; $s(x)=1-x$, **1i.** $K=\mathbf{R}-\{(2k+1)\frac{\pi}{2};k\in\mathbf{Z}\}$; $s(x)=\frac{\sin x}{1-\sin x}$, **1j.** $K=\mathbf{R}-\{k\pi;k\in\mathbf{Z}\}$; $s(x)=\frac{-\cos x}{1+\cos x}$, **1k.** $K=(-1,1]$; $s(x)=x, x\neq 1; s(1)=0$, **2a.** $K=(-3,3)$, **2b.** $K=[-1,1]$, **2c.** $K=[-3,3]$, **2d.** $K=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$, **2e.** $K=\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$, **2f.** $K=\mathbf{R}$, **2g.** $K=[3,13)$