

1. Riešte dané diferenciálne rovnice.

a)  $y'' = \ln x$

b)  $y'' - x - \sin x = 0$

c)  $y'' = 4\cos 2x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$

d)  $y'' = 2x^3$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 1$

2. Vhodnou substitúciou znížte rád a riešte dané diferenciálne rovnice.

a)  $y'' + y'\operatorname{tg}x = \sin 2x$

b)  $xy'' = y'\ln\left(\frac{y'}{x}\right)$

c)  $(1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$

d)  $xyy'' + xy'^2 - yy' = 0$

3. Substitúciou  $y = y_1 \int u \, dx$ , kde  $y_1$  je známe riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice bez pravej strany, znížte rád a riešte.

a)  $(2x + 1)y'' + (4x - 2)y' - 8y = 0$ ,  $y_1 = e^{-2x}$

b)  $y'' - y'\operatorname{tg}x + 2y = 0$ ,  $y_1 = \sin x$ ,  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

c)  $y'' - 6x^{-2}y = 0$ ,  $y_1$  uhádnite

d)  $y''' + 3\frac{y''}{x} - 2\frac{y'}{x^2} + 2\frac{y}{x^3} = 0$ ,  $y_1 = x$ ,  $y_2 = x^{-2}$

4. Riešte dané diferenciálne rovnice.

a)  $y'' + y' - 2y = 0$

b)  $y'' - 2y' + y = 0$

c)  $y'' + 4y' + 3y = 0$

d)  $y'' + 2y' + 10y = 0$

e)  $y^{(4)} + y = 0$

f)  $y^{(6)} - y^{(4)} = 0$

g)  $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$

h)  $y^{(5)} - 10y''' + 9y = 0$

i)  $y^{(8)} - 256y = 0$

**Výsledky:**

**1a.**  $y = \frac{1}{2}x^2 \left(\ln|x| - \frac{3}{2}\right) + c_1x + c_2$ , **1b.**  $y = \frac{x^3}{6} - \sin x + c_1x + c_2$ , **1c.**

$y = 1 - \cos 2x$ , **1d.**  $y = \frac{x^5}{10} + x + 2$ , **2a.**  $y = -x - \frac{1}{2}\sin 2x + c_1\sin x + c_2$ , **2b.**

$\frac{1}{c_1} \left(x - \frac{1}{c_1}\right) e^{c_1x+1} + c_2$ ,  $c_1 \neq 0$ , **2c.**  $y = \frac{1}{c^2}(1+c^2)\ln(1+cx) - \frac{x}{c} + c_1$ ,  $c \neq 0$ ,

**2d.** subst.  $yy' = z$ ,  $y = c_2\sqrt{x^2 + c_1}$ ,  $c_1, c_2 \neq 0$ , **3a.**  $y = c_1e^{-2x} + c_2(4x^2 + 1)$ , **3b.**  $y = c_1\sin x + c_2 \left(2 - \sin x \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)$ , **3c.**  $y_1 = x^3$ ,  $y =$

$c_1x^{-2} + c_2x^3$ , **3d.**  $y = c_1x + c_2x^{-2} + c_3x\ln|x|$ , **4a.**  $y = c_1e^x + c_2e^{-2x}$ , **4b.**  
 $y = e^x(c_1 + c_2x)$ , **4c.**  $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-3x}$ , **4d.**  $y = e^{-x}(c_1\cos 3x + c_2\sin 3x)$ ,  
**4e.**  $y = e^x(c_1\cos x + c_2\sin x) + e^{-x}(c_1\cos x + c_2\sin x)$ , **4f.**  $y = c_1 + c_2x +$   
 $c_3x^2 + c_4x^3 + c_5e^x + c_6e^{-x}$ , **4g.**  $y = c_1\cos x + c_2\sin x + x(c_3\cos x + c_4\sin x)$ ,  
**4h.**  $y = c_1 + c_2e^x + c_3e^{-x} + c_4e^{3x} + c_5e^{-3x}$  **4i.**  $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-2x} + c_3\cos 2x +$   
 $c_4\sin 2x + e^{x\sqrt{2}}(c_5\cos x\sqrt{2} + c_6\sin x\sqrt{2}) + e^{-x\sqrt{2}}(c_7\cos x\sqrt{2} + c_8\sin x\sqrt{2})$